

# 认知无线电 NC-OFDM 系统中基于压缩感知的信道估计新方法

何雪云<sup>1</sup>, 宋荣方<sup>1,2</sup>, 周克琴<sup>1</sup>

- (1. 南京邮电大学 通信与信息工程学院, 江苏 南京 210003;
2. 东南大学 移动通信国家重点实验室, 江苏 南京 210096)

**摘 要:** 提出了一种基于压缩感知 (CS, compressive sensing) 理论的不连续子载波正交频分复用 (NC-OFDM, non-contiguous orthogonal frequency division multiplexing) 系统信道估计新方法, 全面研究了认知无线电 NC-OFDM 系统 CS 信道估计的理论框架、导频图案的设计、信道估计算法, 并依据 CS 测量矩阵设计理论提出了测量矩阵互相关最小化的导频图案优化准则。仿真结果表明, 同已有的 NC-OFDM 系统信道估计方法相比, CS 信道估计能够在多种禁用子载波场景下, 使用较少导频获得很好的信道估计性能。

**关键词:** 认知无线电; 不连续子载波正交频分复用; 压缩感知; 信道估计

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2011)11-0085-10

## Compressive sensing based channel estimation for NC-OFDM systems in cognitive radio context

HE Xue-yun<sup>1</sup>, SONG Rong-fang<sup>1,2</sup>, ZHOU Ke-qin<sup>1</sup>

- (1. College of Telecommunication and Information Engineering, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China;
2. National Mobile Communications Research Laboratory, Southeast University, Nanjing 210096, China)

**Abstract:** A new channel estimation based on compressive sensing (CS) in non-contiguous orthogonal frequency division multiplexing (NC-OFDM) system was proposed. As for NC-OFDM systems in cognitive radio context, the infrastructure of CS-based channel estimation, the design of pilot patterns and the algorithm of channel estimation were explored. Especially, a criterion of optimizing pilot pattern in the CS-based channel estimation was proposed by minimizing the mutual coherence of the measurement matrix in CS theory. Simulations show that, under many patterns of deactivated subcarriers, CS-based channel estimation obtains much better performance than existing NC-OFDM channel estimation methods in terms of the mean square error of the channel estimate as well as the bit error rate of the system.

**Key words:** cognitive radio; NC-OFDM; compressive sensing; channel estimation

收稿日期: 2011-07-19; 修回日期: 2011-11-10

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目 (60972041, 60872104); 江苏省高校自然科学基金基础研究计划重大项目 (08KJD510001); 教育部博士点基金资助项目 (200802930004); 东南大学移动通信国家重点实验室开放课题(N200809); 国家科技重大专项 (2009ZX03003-006); 国家重点基础研究发展计划 (“973” 计划) 基金资助项目 (2007CB310607); 江苏省高校研究生创新计划项目 (CXZZ11\_0385)

**Foundation Items:** The National Natural Science Foundation of China (60972041, 60872104); The Natural Science Fundamental Research Program of Jiangsu Universities (08KJD510001); PH.D. Program Foundation of Ministry of Education (200802930004); Open Research Foundation of National Mobile Communications Research Laboratory, Southeast University(N200809); National Special Project (2009ZX03003-006); The National Basic Research Program of China (973 Program) (2007CB310607); Graduate Innovation Program (CXZZ11\_0385)

## 1 引言

为了提高频谱资源利用率,近年来,被业界称为认知无线电(CR, cognitive radio)的频谱使用模式正逐渐受到人们的关注。在认知无线电系统中,认知用户通过未被频谱授权用户占用的频段进行通信,因此,基于正交频分复用(OFDM, orthogonal frequency division multiplexing)的认知无线电系统中,OFDM符号的部分子载波可能会落到频谱授权用户占用的频段内。为了避免对频谱授权用户造成干扰,这些落入频谱授权用户占用频段内的子载波上不能用来发送数据或导频,而只能将其置零,这时的系统便成为不连续子载波(OFDM, NC-OFDM, non-contiguous OFDM)系统。

NC-OFDM系统由于其可用于子载波的不连续性,在很多关键技术处理方面与传统的OFDM系统都有所不同,面临更多的难题需要解决。传统的导频辅助信道估计方法都假定导频符号均匀放置,NC-OFDM系统则由于禁用子载波的存在导致导频符号在频域上放置不均匀,这给信道估计带来了新的挑战。目前研究基于NC-OFDM系统信道估计的文章不是很多,针对传统的频域内插信道估计方法,文献[1,2]主要研究了NC-OFDM系统中导频图案的设计问题,即如何让导频避开禁用子载波,使导频的不均匀性给传统信道估计方法性能带来的影响最小。然而,当连续的禁用带宽超过了系统的相干带宽时,传统的信道估计方法将失效。文献[3]则从改变信道估计方法的角度提出了一种基于修正变换域降噪的NC-OFDM信道估计算法,与传统的最小二乘(LS, least square)信道估计相比,此方法降低了信道估计的均方误差(MSE, mean square error)。

最近,压缩感知(CS, compressive sensing)<sup>[4-6]</sup>理论成为应用数学和信号处理领域里的研究热点。最近国内外一些学者研究将CS技术应用于超宽带系统<sup>[7]</sup>以及连续OFDM系统<sup>[8]</sup>信道估计中,但并未有文献研究将CS理论应用于NC-OFDM系统信道估计中。由于CS信道估计中导频位置不均匀对估计性能的影响较小,本文首次提出NC-OFDM系统中基于CS的信道估计方法。本文全面研究了NC-OFDM系统基于CS的信道估计理论框架、导频图案设计、恢复重建算法等。鉴于NC-OFDM系统导频放置的局限性,本文提出了2种导频设计方案,在方案2中首次依据CS测量矩

阵设计理论提出了测量矩阵互相关最小化的导频图案优化准则。仿真结果表明,同已有的NC-OFDM系统信道估计方法相比,CS信道估计能够在多种禁用子载波场景下,使用较少导频获得很好的信道估计性能。

## 2 压缩感知理论简介

CS理论与传统奈奎斯特采样定理不同,它指出,只要信号是可压缩的或在某个变换域是稀疏的,就可以用一个与变换基不相关的观测矩阵将变换所得高维信号投影到一个低维空间上,然后通过求解优化问题便能从这些少量的投影中以高概率重构出原信号。CS理论可以研究如何根据有噪的观测向量 $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^M$ 重建未知稀疏向量 $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^Q$ ,其中,

$$\mathbf{y} = \mathbf{T}\mathbf{x} + \mathbf{z} \quad (1)$$

$\mathbf{T} \in \mathbb{C}^{M \times Q}$ 是一个已知测量矩阵, $\mathbf{z} \in \mathbb{C}^M$ 是一个由测量噪声引起的未知向量,它满足 $\|\mathbf{z}\|_2 \leq \varepsilon$ 。测量值的个数 $M$ 远小于稀疏信号的维数 $Q$ ,由于式(1)方程的个数少于未知数的个数,因此式(1)无确定解。CS理论认为,若满足以下2个条件则可以在重建端不知 $\mathbf{x}$ 非零值位置的前提下,通过最优化理论从有噪的观测向量 $\mathbf{y}$ 中较为准确地恢复出未知向量 $\mathbf{x}$ 。条件1:如果向量 $\mathbf{x}$ 是 $K$ 稀疏的(即 $\mathbf{x}$ 只有 $K$ 个非零值),而且 $K \ll Q$ ;条件2:测量矩阵 $\mathbf{T}$ 满足有限等距性质<sup>[9,10]</sup>(RIP, restricted isometry property)。即稀疏信号在测量矩阵的作用下必须保持几何性质相一致,保证测量矩阵不会把2个不同的 $K$ -稀疏的信号映射到同一个采样集合中。

对稀疏向量 $\mathbf{x}$ 的重建算法包含两大类。一类是基追踪算法,它的运算复杂度高,不适合于实时应用;另一类运算量小更易实现的是基于贪婪迭代的算法,最著名的有MP算法<sup>[11]</sup>和它的改进算法OMP算法<sup>[12]</sup>。与基追踪算法相比,基于贪婪迭代的算法以增大测量值的个数来换取算法复杂度的降低,从而使其更适合于实时应用的场合。一般认为,基于贪婪迭代的算法重建准确性同基追踪算法相似,尤其是对于重建低维的小尺度信号运算速度很快。信道估计算法需要具有实时性,同时重建的信号维数较小,所以基于贪婪迭代的重建算法更适合于信道估计。

## 3 NC-OFDM 系统模型

NC-OFDM系统模型如图1所示,设NC-OFDM

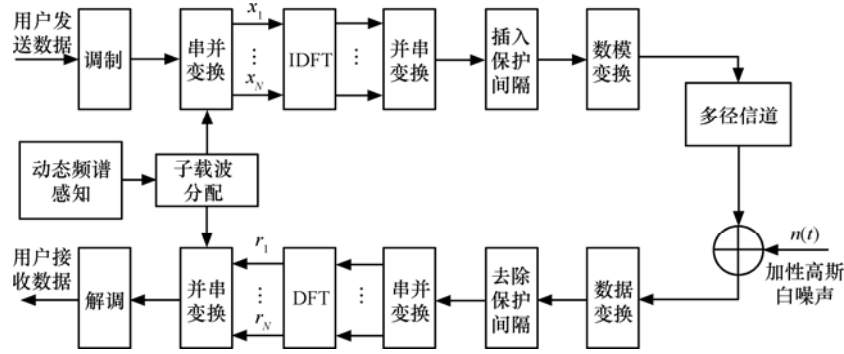


图 1 NC-OFDM 系统模型

系统子载波总数为  $N$ ，NC-OFDM 系统在发送端，需要在动态频谱感知模块的辅助下检测出目前禁用的子载波，从而获得可用子载波序号集合  $\Omega$ ，它是整数集合  $\{1, 2, \dots, N\}$  的子集。子载波分配模块将用户已调符号和导频符号分配到可用子载波上，禁用子载波置零，形成序列  $\{x_i\}, i=1, 2, \dots, N$ 。对此并行序列发送和接收的处理同传统 OFDM 系统完全相同。接收端 DFT 后得到  $N \times 1$  的接收信号  $\mathbf{r} = [r_1, r_2, \dots, r_N]^T$ ，再根据收发双方一致的子载波分配情况，先取出导频信号做信道估计，再利用信道估计的结果对收到的用户符号进行信道均衡、解调等操作恢复用户数据。

在宽带无线通信中，系统的实际带宽通常大于系统的相干带宽，信道呈现频率选择性衰落。未来高速无线数据传输业务多发生在终端慢移动的情况下，所以可以认为这时的信道是慢时变的，即信道的相干时间远大于 OFDM 的符号周期。本文考虑频率选择性慢衰落信道，其离散时间信道模型为

$$h(n) = \sum_{l=0}^{L-1} h_l \delta(n-l) \quad (2)$$

其中， $L$  为离散时间信道模型中抽头延时线的总个数，或称为信道长度，在数值上它等于  $\tau_{\max}/T_s$  取整后的值（ $\tau_{\max}$  为最大可能的路径时延， $T_s$  为系统的采样周期）。信道的慢时变性体现在在多个 OFDM 符号周期时间内，信道冲激响应向量  $\mathbf{h} = [h_0, h_1, \dots, h_{L-1}]^T$  保持不变。大量研究还发现在宽带无线通信中，无线信道呈现稀疏性，即向量  $\mathbf{h}$  中非零元素的个数很少。若其非零元素的个数为  $K$ ，则称向量  $\mathbf{h}$  是  $K$  稀疏的。

假设 NC-OFDM 有  $P$  个导频子载波，则导频符号可以表示为  $\{x_i\}, i \in \Lambda$ ，其中， $\Lambda$  是可用子载波序号集合  $\Omega$  的子集，表示导频位置序号，且其元素的

个数  $n(\Lambda)$  为  $P$ 。OFDM 符号循环前缀的长度大于最大可能的路径时延。则接收端 DFT 后的接收信号为  $N \times 1$  的样值向量

$$\mathbf{r} = \mathbf{X}\mathbf{g} + \mathbf{n} = \mathbf{X}\mathbf{W}\mathbf{h} + \mathbf{n} \quad (3)$$

其中， $N \times N$  矩阵  $\mathbf{X} = \text{diag}(x_1, x_2, \dots, x_N)$ ， $N \times 1$  向量  $\mathbf{g}$  为信道频域响应采样值， $N \times 1$  向量  $\mathbf{n}$  为复加性高斯白噪声。 $\mathbf{W}$  为  $N \times L$  矩阵，其为傅立叶矩阵的前  $L$  列：

$$\mathbf{W} = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} w^{00} & \dots & w^{(L-1)0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w^{0(N-1)} & \dots & w^{(L-1)(N-1)} \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中， $w^{nl} = e^{-j\frac{2\pi nl}{N}}$ ， $\mathbf{h} = [h_0, h_1, \dots, h_{L-1}]^T$ 。

设  $\mathbf{S}$  为  $P \times N$  的选择矩阵，它用于从  $N$  个子载波中选择出  $P$  个导频的位置。假设  $\mathbf{S}$  矩阵是从  $N \times N$  单位阵中选择与导频位置对应的  $P$  行。则接收端接收到的导频信号为

$$\mathbf{r}_p = \mathbf{X}_p \mathbf{g}_p + \mathbf{n}_p = \mathbf{X}_p \mathbf{W}_p \mathbf{h} + \mathbf{n}_p \quad (5)$$

其中， $P \times 1$  向量  $\mathbf{r}_p = \mathbf{S}\mathbf{r}$ ， $P \times P$  矩阵  $\mathbf{X}_p = \mathbf{S}\mathbf{X}\mathbf{S}^T$ ， $P \times L$  矩阵  $\mathbf{W}_p = \mathbf{S}\mathbf{W}$ ， $P \times 1$  向量  $\mathbf{n}_p = \mathbf{S}\mathbf{n}$ 。在上式中， $\mathbf{r}_p$ 、 $\mathbf{X}_p$ 、 $\mathbf{W}_p$  对于信号接收端均为已知信号，信道估计的任务就是根据已知条件采用各种算法估计信道频率响应  $\mathbf{g}$ ，从而补偿衰落信道对用户数据传输的影响。

#### 4 NC-OFDM 系统信道估计

传统的 OFDM 系统信道估计方法都要求导频符号在频域上均匀放置。在 NC-OFDM 系统中，禁用子载波可能是离散分布的若干单个子载波，也可能是若干段连续子载波。前者一般称 NC-OFDM 系统受到窄带干扰，后者为宽带干扰。由于禁用子载波的存在，导频不再能均匀放置，甚至出现在很长

的一段连续子载波上均无法放置导频符号的情况。这时传统的信道估计方法将面临挑战。

#### 4.1 传统的 LS 信道估计方法

对于式(5)，利用 LS 估计导频位置处的信道频域响应：

$$\hat{\mathbf{g}}_{p,LS} = \mathbf{X}_p^{-1} \mathbf{r}_p = \mathbf{g}_p + \mathbf{X}_p^{-1} \mathbf{n}_p \quad (6)$$

再以  $\hat{\mathbf{g}}_{p,LS}$  为基础采用内插的方式获得所有子载波上的信道频域响应  $\hat{\mathbf{g}}_{LS}$ 。在这种基于 LS 的频域内插信道估计中，传统的均匀导频图案设计可以使用，但本该放置导频符号的子载波可能禁用，从而导致导频数量减小，频域内插精度不高。当出现宽带干扰时，还必须进行分段频域内插处理。文献[1,2]讨论了在这种信道估计中，如何改进传统导频图案提高信道估计的性能，但改善效果非常有限。

#### 4.2 基于修正变换域的信道估计方法

在文献[3]中作者指出，由于 NC-OFDM 系统会出现连续较宽的频带内不存在导频的情况，常规的变换域信道估计方法<sup>[13]</sup>将无法获得 NC-OFDM 系统的时域信道冲激响应。因此，文献[3]改进了常规的变换域信道估计方法，提出了修正变换域的信道估计方法。常规的变换域信道估计方法思路如下：由式(5)可知  $\mathbf{g}_p = \mathbf{W}_p \mathbf{h}$ ，如果导频数大于信道长度即  $P \geq L$ ，可以由下式获得信道时域冲激响应的估计值：

$$\hat{\mathbf{h}}_{LS} = (\mathbf{W}_p^H \mathbf{W}_p)^{-1} \mathbf{W}_p^H \hat{\mathbf{g}}_{p,LS} \quad (7)$$

再由  $\hat{\mathbf{g}}_{LS} = \mathbf{W} \hat{\mathbf{h}}_{LS}$  获得所有子载波上的信道频域响应。文献[3]认为在 NC-OFDM 系统中，由于可能出现较宽频带内不存在导频的现象，式(7)的估计不够精确。因此修正变换域信道估计方法并未将  $\hat{\mathbf{g}}_{LS}$  作为最终的估计结果。而是将  $\hat{\mathbf{g}}_{LS}$  中导频位置处的信道系数用  $\hat{\mathbf{g}}_{p,LS}$  中对应的值替换得到  $\hat{\mathbf{g}}'$ ，对  $\hat{\mathbf{g}}'$  再做 IFFT 得到  $\hat{\mathbf{h}}'$ ，最终对  $\hat{\mathbf{h}}'$  求 DFT 变换得到信道频域响应估计  $\hat{\mathbf{g}}_{IDFT}$ 。

上述方法，只有在导频数大于信道长度时才能成立。本文对此方法也进行了仿真，发现只有在导频数远大于信道长度时，此方法信道估计准确度才可以接受。而且当禁用子载波数多到一定程度时，此方法的估计效果也变得较差。

#### 4.3 基于压缩感知的信道估计方法

在第 2 节中提到，无线信道多呈现稀疏性，即

$\mathbf{h} = [h_0, h_1, \dots, h_{L-1}]^T$  为稀疏向量。对比式(1)和式(5)可以发现，由  $\mathbf{r}_p$  估计  $\mathbf{h}$  的过程可以建模为从有噪测量值中重建稀疏信号的问题。可以采用 CS 理论完成  $\mathbf{h}$  的估计，再根据  $\mathbf{g} = \mathbf{W} \mathbf{h}$  获得信道的频域响应估计。OFDM 系统中基于导频的信道估计实质是通过导频位置处的信道响应重建整个信道频域响应的过程。传统的信道估计方法依据奈奎斯特采样定理决定导频的数量和最佳的导频图案，需要较多的导频。既然 CS 理论可以降低稀疏信号的采样率，若将其应用于信道估计，必将会减少导频的数量。另外，CS 信道估计对导频图案的要求也不再是导频间隔均匀，少量的导频随机分布于子载波上，都可以获得好的信道估计性能。正是基于以上原因，CS 信道估计更适合于 NC-OFDM 系统的信道估计，宽带干扰和窄带干扰对导频放置的影响，不会严重影响信道估计的性能。

导频位置和数量的确定是 NC-OFDM 系统 CS 信道估计中非常重要的问题，本文将在第 5 节中详细阐述。目前假定导频已确定，则式(5)中的  $\mathbf{X}_p \mathbf{W}_p = \mathbf{T}$  即被确定。此时信道估计的任务就是如何采用 CS 理论将式(5)中的向量  $\mathbf{h}$  估计出来。下面简要介绍采用 OMP 重建算法的压缩感知信道估计过程。1) 算法首先进行初始化：迭代次数  $j=0$ ，残差向量  $\mathbf{d}_0 = \mathbf{r}_p$ ，索引集  $S_0 = \emptyset$ 。2) 第  $j$  次迭代的步骤 ( $j=1,2,\dots$ )如下。

**步骤 1** 确定一个索引  $s_j$ ，它满足

$$\left| \langle \mathbf{d}_{j-1}, \boldsymbol{\tau}_{s_j} \rangle \right| = \max_{s \in \{1, \dots, L\} \setminus S_{j-1}} \left| \langle \mathbf{d}_{j-1}, \boldsymbol{\tau}_s \rangle \right| \quad (8)$$

其中， $\boldsymbol{\tau}_s$  表示矩阵  $\mathbf{T}$  的第  $s$  列。

**步骤 2** 增大索引集  $S_j = S_{j-1} \cup \{s_j\}$ ，这里，索引集  $S_j$  中元素的个数为  $j$ 。

**步骤 3** 利用 LS 算法得到一个新的估计  $\hat{\mathbf{h}}_j$ ，这个新的估计在索引集  $S_j$  之外的地方都是零，索引集之内的位置上的估计  $\hat{\mathbf{h}}_{j|S_j}$  用下式得到：

$$\hat{\mathbf{h}}_{j|S_j} = \arg \min_{\mathbf{h} \in C^j} \left\| \mathbf{r}_p - \mathbf{T}_{S_j} \mathbf{h} \right\|_2 = \mathbf{T}_{S_j}^\dagger \mathbf{r}_p \quad (9)$$

这里， $\mathbf{T}_{S_j}$  是一个  $P \times j$  的矩阵，它包含  $\mathbf{T}$  矩阵中索引为  $S_j$  的列。

**步骤 4** 计算对采样值新的近似和新的残差： $\mathbf{r}_{pj} = \mathbf{T} \hat{\mathbf{h}}_j = \mathbf{T}_{S_j} \hat{\mathbf{h}}_{j|S_j}$ ， $\mathbf{d}_j = \mathbf{r}_p - \mathbf{r}_{pj}$ 。以上这些步骤重

复进行, 直到满足某一个停止准则, 这个停止准则可以是预先设定好的迭代次数 (比如事先知道  $\mathbf{h}$  向量的稀疏度) 或者是要求一定的近似质量, 比如说要求残差的二范数小于某个门限。经过  $J$  次迭代, OMP 算法就输出  $J$  稀疏的向量  $\hat{\mathbf{h}}$ , 再根据  $\hat{\mathbf{g}}_{\text{CS}} = \mathbf{W}\hat{\mathbf{h}}$  获得信道的频域响应估计。

## 5 NC-OFDM 系统压缩感知信道估计的导频设计

与传统的连续 OFDM 系统信道估计相比, NC-OFDM 系统信道估计最大的难点在于导频图案的设计, 导频只能局限在可用子载波集合  $\Omega$  内。虽然这种限制对 CS 信道估计的影响小于对传统信道估计的影响, 但在 NC-OFDM 系统中进行 CS 信道估计导频设计仍要难于连续 OFDM 系统。

在 CS 信道估计中, 导频符号数量和图案的确定完全可以在 CS 论框架下完成。对比式(5)和式(1), 式(5)稀疏信号重建问题中的测量矩阵  $\mathbf{T} = \mathbf{X}_p \mathbf{W}_p$ , 它取决于导频符号的位置和取值, 测量值的个数恰好为导频的数量  $P$ 。将文献[5,10]的证明结论和本文提出的 CS 信道模型对应, 若无线信道为 6 径信道, 则在 CS 信道估计中, 从  $N$  个子载波中随机等概抽取 24~36 个子载波用于传输导频就能使  $\mathbf{T} = \mathbf{X}_p \mathbf{W}_p$  满足 RIP 性质, 从而较为准确完成信道估计。随机等概抽取是一个概率意义上的结论, 其意味着对于一次具体的抽取导频位置是分散不规则的。获得分散不规则的导频在连续 OFDM 系统中是容易做到的。然而在 NC-OFDM 系统中, 导频的选择只能局限于可用子载波集合  $\Omega$  内, 无法真正做到在  $N$  个子载波上随机等概抽取。退而求其次, 尽量在  $\Omega$  集合中选择出分散不规则的导频, 从而保证稀疏信道的准确重建。在 NC-OFDM 系统中, 为了获得分散不规则的导频图案, 本文提出以下 2 种导频图案设计思路。

### 5.1 导频图案设计方案 1

保留传统的导频图案, 即以奈奎斯特准则确定均匀的导频子载波间隔  $N_f$ , 如果均匀导频位置正巧碰到禁用子载波, 则此导频放弃传输, 用剩余的导频完成信道估计。当没有禁用子载波时, 虽然此时导频是均匀放置的, 但由于导频数量足够多, CS 信道估计仍然能够较准确地估计出  $\mathbf{h}$ ; 当 NC-OFDM 遇到窄带干扰时, 由于禁用子载波是离

散分布, 不存在大量连续禁用子载波, 只有个别均匀导频随机地遇到禁用子载波, 这时保留下来的导频符号很自然呈现出不规则的特点, 只要保留下来的导频数量大于信道稀疏度的 4 倍, CS 信道估计将有很好的估计性能。当 NC-OFDM 遇到宽带干扰时, 若存在多段长度较短的连续禁用子载波, CS 信道估计性能不会受到太大影响, 本文仿真中, 当出现一段带宽为相干带宽的 5 倍, 两段带宽为相干带宽 10 倍的禁用频带时, CS 信道估计性能仍然可以接受。如果出现长度长达整个系统带宽一半的禁用频带时, 进行一次 CS 信道估计很难获得对信道  $\mathbf{h}$  的估计, 这时可以考虑对剩余可用频段分段进行信道估计。

### 5.2 导频图案设计方案 2

#### 5.2.1 导频图案设计方案 2 描述

与传统的导频图案设计完全不同, 固定导频数量  $P$  (可取信道稀疏度的 6 倍), 以一定的优化准则在可用的子载波中选择  $P$  个子载波用于传输导频符号。此设计方案可以根据 CS 测量矩阵的设计理论来实现。不同的导频位置会使  $\mathbf{T} = \mathbf{X}_p \mathbf{W}_p$  不同, 虽然文献[10]的结论保证随机等概选取 24~36 个子载波传输导频可以让  $\mathbf{T} = \mathbf{X}_p \mathbf{W}_p$  满足 RIP, 但是在多次随机选取的导频图案中, 哪个导频图案能获得最佳的稀疏信号重建性能呢? 现有文献都没有回答这个问题。本文将在 5.2.2 节中提出一种基于测量矩阵互相关最小化的导频图案优化准则, 依据此准则我们在集合  $\Omega$  中选择  $P$  个导频子载波从而保证其具有最佳的稀疏信号重建性能。在 NC-OFDM 系统中, 由于禁用子载波的存在, 导频分布的分散与均衡性会减弱, 这会影响重建的效果, 因此利用优化准则在有限的范围内获得最佳的导频位置从而改善信道估计性能变得尤为重要。

#### 5.2.2 基于测量矩阵互相关最小化的导频图案优化准则

虽然测量阵满足 RIP 可从理论上保证接收端以一定的概率重建稀疏信号。但是由于它的复杂性, 使它不可能成为最佳测量矩阵的选取准则。对于式(1), 文献[14]用下面的优化算法去估计稀疏信号  $\mathbf{x}$ :  $\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{x}\|_1$  s.t.  $\|\mathbf{y} - \mathbf{T}\mathbf{x}\|_2 \leq \beta$ , 并有如下结论, 如果稀疏信号的稀疏度满足  $K = \|\mathbf{x}\|_0 \leq (1/\mu(\mathbf{T})+1)/4$ , 则稀疏信号的估计偏差满足  $\|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|_2^2 \leq \frac{(\varepsilon + \beta)^2}{1 - \mu(\mathbf{T})(4K - 1)}$ , 其中,  $\mu(\mathbf{T}) =$

$\max_{1 \leq i, j \leq Q, i \neq j} \frac{|\boldsymbol{\tau}_i^H \boldsymbol{\tau}_j|}{\|\boldsymbol{\tau}_i\| \cdot \|\boldsymbol{\tau}_j\|}$  由以下运算获得：对测量矩阵  $\boldsymbol{T}$

按列归一化，再计算不同列之间的内积，所有内积结果中绝对值最大的即为  $\mu\{\boldsymbol{T}\}$ ，它可简称为矩阵  $\boldsymbol{T}$  的互相关。文献[14]的结论给了以下启示：若测量矩阵具有很小的  $\mu\{\boldsymbol{T}\}$ ，则稀疏信号的重建质量高。对应于 CS 信道估计，则是如果设计出的导频位置使得  $\mu(\boldsymbol{X}_p \boldsymbol{W}_p)$  尽可能小，则信道估计的准确度就会高。正是基于以上考虑，提出基于  $\mu(\boldsymbol{X}_p \boldsymbol{W}_p)$  最小化的导频图案优化准则。由于  $\boldsymbol{W}_p = \boldsymbol{S}\boldsymbol{W}$ ，则  $\boldsymbol{W}_p$  中的元素满足下式：

$$[\boldsymbol{W}_p]_{a,b} = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-j2\pi ab/N}, a \in \Lambda, b = 1, 2, \dots, L \quad (10)$$

又因为矩阵  $\boldsymbol{X}_p$  是一个  $P \times P$  的对角阵，其对角线的元素就是导频符号的取值。因此，

$$[\boldsymbol{X}_p \boldsymbol{W}_p]_{a,b} = x_a \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-j2\pi ab/N}, a \in \Lambda, b = 1, 2, \dots, L \quad (11)$$

上式表明，有 2 个因素决定  $\boldsymbol{X}_p \boldsymbol{W}_p$  矩阵元素的个数：一个是导频位置集合  $\Lambda$ ，另一个是导频的具体取值  $x_a$ 。从而这 2 个要素也将决定  $\mu(\boldsymbol{X}_p \boldsymbol{W}_p)$  的大小。如果同时考虑这 2 个因素去优化  $\mu(\boldsymbol{X}_p \boldsymbol{W}_p)$ ，则问题会变得很复杂，因此假设所有导频符号取值相同，则只有  $\Lambda$  会影响  $\mu(\boldsymbol{X}_p \boldsymbol{W}_p)$  的值。因此采用测量矩阵互相关  $\mu(\boldsymbol{X}_p \boldsymbol{W}_p)$  最小化的准则，可以将选取最佳导频位置  $\Lambda_{\text{opt}}$  的问题转化为以下的优化问题：

$$\min_{n(\Lambda)=P} \max_{\substack{1 \leq m, n \leq L \\ m \neq n}} \left| \sum_{\lambda \in \Lambda} \frac{1}{P} e^{-j2\pi\lambda(m-n)/N} \right| \quad (12)$$

其中， $L$  为信道长度， $P$  为导频数， $N$  为 OFDM 系统子载波总数。 $\Lambda_{\text{opt}}$  就是满足式(12)的导频图案集合，在 NC-OFDM 系统中， $\Lambda_{\text{opt}}$  中的元素必须取自可用子载波集合  $\Omega$ 。以上优化问题是组合优化问题，运算量较大，可以采取随机搜索或者其他智能优化算法（如遗传算法、粒子群算法等）寻求这个优化问题的次优解。当优化算法复杂时，优化运算需要花费一定的时间，而一旦系统禁用子载波改变，就去启动优化算法搜索最优导频位置将会对收发双方的通信引入较大时延。为了解决以上问题，可以通过下面的方式解决：考虑到系统可能出现的窄带干扰和宽带干扰的情形，在不同的场景下，事先通过优化算法获得多组优化导频图案集合，构成

一张优化导频图案表，并存储在收发双方的设备中供双方搜索和协商导频图案。

### 5.3 2 种导频图案设计方案比较

这 2 个方案各有优劣。方案 1 的优点是：它不需要使用额外的信道资源传送导频图案，接收端根据收发双方一致的频谱感知结果就可以推断出剩余的导频位置。但是它会存在以下问题：1) 当保留的导频数量多时，存在浪费现象，因为 CS 信道估计在较少的导频数量下就有很好的估计性能，导频数量的增多，一方面提高信道估计质量的性能有限，而且会增加信道估计的运算复杂度；2) 当大量禁用子载波存在，传统导频图案中保留下来的子载波数量过少时，CS 信道估计性能得不到保障。

方案 2 的优点是其导频数量不受可用子载波集合  $\Omega$  的影响，始终能以较少的导频获得理想的 CS 信道估计性能。但是方案 2 具有以下不足：当系统可用子载波集合  $\Omega$  发生变化导致现有导频子载波落入禁用子载波集合，主动通信方需要重新确定导频位置，并且通过可用公共信道将其传输给通信对端，从而引入一定的时延和公共信道开销。

既然这 2 种方案各有优劣，在实际应用中可将二者结合使用从而提高系统的有效性。可以做如下考虑：1) 当方案 1 剩余导频子载波数过多时，可以考虑利用方案 2，由于此时禁用子载波较少，查表无法获得优化导频图案的概率极低。2) 当方案 1 剩余导频数与最优固定导频数  $P$  很接近时，则采用方案 1。3) 当方案 1 剩余导频数远低于最优固定导频数时，必须采用方案 2，即可能需要占用部分数据子载波去传导频。

## 6 仿真与性能分析

### 6.1 仿真参数及场景介绍

为分析 CS 信道估计在 NC-OFDM 系统中的性能，本文在 4 种不同 NC-OFDM 系统干扰场景下比较了以下 3 种方法。方法 1：传统的 LS 信道估计加频域内插；方法 2：文献[3]中的修正变换域信道估计（简称 LS+IDFT）；方法 3：CS 信道估计，这 3 种方法的信道估计均方误差（MSE）和对应的系统误比特率（BER）。系统仿真参数如下：考虑频率选择性衰落信道，信道长度  $L=50$ ，非零抽头的个数  $K=6$ ，OFDM 子载波个数  $N=512$ 。多径信道模型中除了第一个路

径时延为 0, 其他的路径时延在  $(0, \tau_{\max})$  上随机分布, 每个路径复增益服从复高斯分布, 而且随着路径时延的增大, 路径复增益的功率以指数  $e^{-\frac{\tau}{\tau_{\max}}}$  衰减。为了研究方便, 选取的路径时延是系统采样周期的整数倍。不同 OFDM 符号其路径时延和路径复增益均不相同。用户数据的映射方式为 16QAM。

关于导频位置的选取问题, 对应第 5 节中导频设计方案分为 2 种情况: 方案 1: 按传统的奈奎斯特抽样定理确定导频子载波间隔  $N_f = 5$  (由于信道的相干带宽为  $N/L \approx 10$  个子载波带宽); 设 512 个子载波的序号为 1~512, 导频处于序号为  $5n+1, n=0, 1, \dots, 102$ , 这 103 个子载波上。若事先约定的导频子载波遇到禁用子载波, 则此导频符号取消传送, 接收端根据目前可用的导频符号进行信道估计。方案 2: 在 CS 信道估计中, 固定导频的数量  $P$ , 用导频优化算法在可用子载波中选择  $P$  个导频子载波。由于典型的无线信道最大可辨径数通常取 6, 所以本文仿真考虑了  $P$  取 36 和 24 这 2 个数值, 试图探寻 CS 信道估计中最优的导频数量。对于信道估计方法 1 和方法 2, 只采用了导频设计方案 1, 因为对于方法 1 和方法 2 等间隔导频是最优的; 对于信道估计方法 3 同时仿真了方案 1 和方案 2 (导频数  $P$  取 36 和 24) 等情形。仿真分析了上述 3 种信道估计方法在表 1 中 1~4 场景下的信道估计性能。

表 1 干扰场景介绍

场景	禁用子载波数	禁用子载波分布	方案 1 剩余导频数
1. 宽带干扰模式 1	100	51~100, 301~501 号子载波	83
2. 宽带干扰模式 2	250	101~200, 301~400, 451~500 号子载波	53
3. 窄带干扰模式 1	100	离散随机分布于 512 个子载波内	83
4. 窄带干扰模式 2	250	离散随机分布于 512 个子载波内	53
5. 窄带干扰	300	离散随机分布于 512 个子载波内	24

### 6.2 不同场景下不同信道估计方法性能比较

图 2~5 分别是场景 1~4 下 3 种信道估计方法  $\hat{g}$  的归一化均方误差 (MSE) 比较。其中归一化 MSE 的定义如下:

$$MSE = 10 \lg \left\{ \frac{E \left[ \sum_k |g_k - \hat{g}_k|^2 \right]}{E \left[ \sum_k |g_k|^2 \right]} \right\} \quad (13)$$

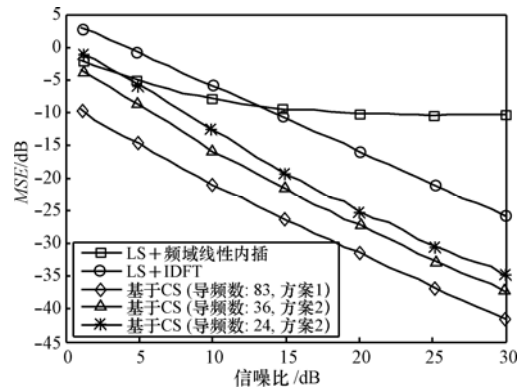


图 2 场景 1 各方法信道估计 MSE 比较 (宽带干扰模式 1)

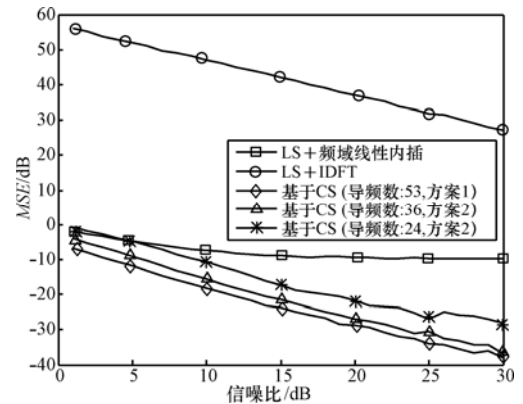


图 3 场景 2 各方法信道估计 MSE 比较 (宽带干扰模式 2)

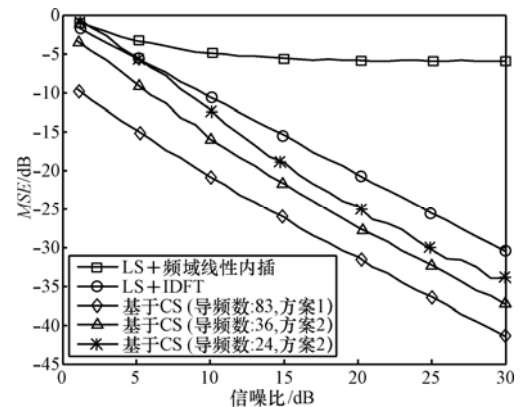


图 4 场景 3 各方法信道估计 MSE 比较 (窄带干扰模式 1)

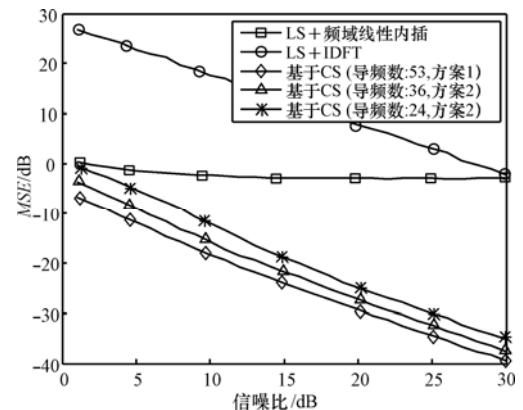


图 5 场景 4 各方法信道估计 MSE 比较 (窄带干扰模式 2)

仿真结果表明,在宽带干扰模式 1 和窄带干扰模式 1 干扰场景下,信道估计方法 2 确实获得了比传统方法 1 更好的信道估计性能,但是在宽带干扰模式 2 和窄带干扰模式 2 干扰场景下,信道估计方法 2 对时域信道系数的估计是完全失败的,导致其信道估计性能远差于传统的信道估计方法 1。原因是当导频数量减小到与信道长度接近的时候,式(7)中  $(W_p^H W_p)^{-1}$  的计算由于矩阵  $W_p^H W_p$  接近于非奇异而导致求逆运算不精确。因此,方法 2 具有一定的局限性,尤其当导频数量小于信道长度时此方法将不够精确。而从 4 张仿真图上可以看到,CS 信道估计方法无论导频数量多少,信道估计性能都优于其他两种方法。图 6~图 9 所示是 4 种场景下各方法系统 BER 的比较,“已知信道”曲线是指假定接收端准确知道信道频域响应时的系统 BER。从图中看出在所有干扰模式下,采用 CS 信道估计时的 BER 明显低于信道估计方法 1 和方法 2,并且 CS 信道估计的 BER 同收端已知信道时的 BER 非常接近。虽然本文只仿真了具有代表性的 4 种干扰场景下的信道估计性能,但由于导频设计方案中已充

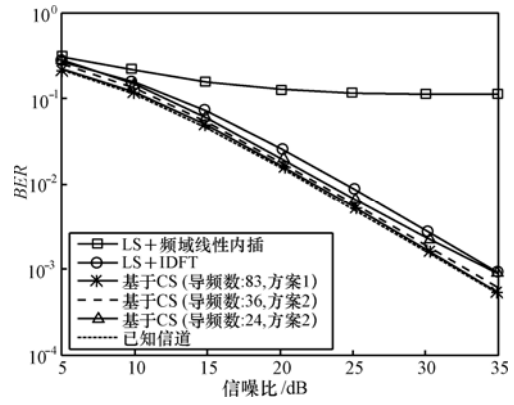


图 8 场景 3 各信道估计方法下系统 BER 比较 (窄带干扰模式 1)

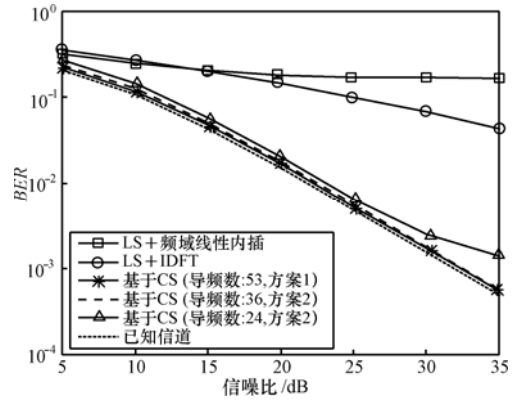


图 9 场景 4 各信道估计方法下系统 BER 比较 (窄带干扰模式 2)

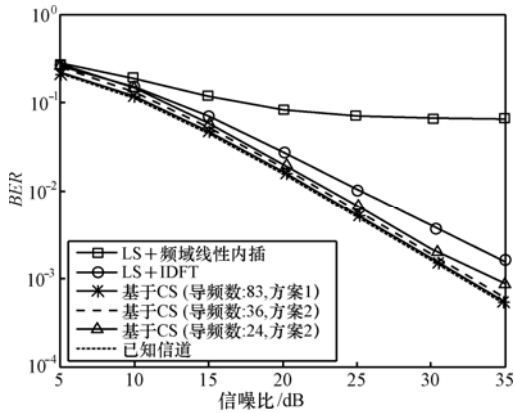


图 6 场景 1 各信道估计方法下系统 BER 比较 (宽带干扰模式 1)

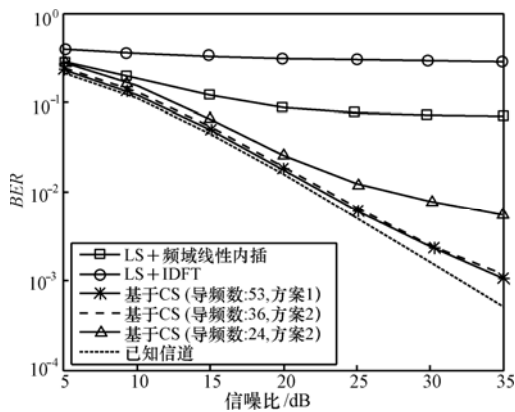


图 7 场景 2 各信道估计方法下系统 BER 比较 (宽带干扰模式 2)

分考虑到实际中可能遇到的干扰场景,因此,在一般的干扰场景下 CS 也同样能获得好的信道估计性能。

### 6.3 压缩感知信道估计中 2 种导频图案设计方案性能比较

从以上仿真看出,CS 信道估计的 MSE 和系统 BER 同使用的导频数呈反比。从仿真曲线上看,导频设计方案 1 的性能要好于导频设计方案 2,但这个结论是片面的。原因在于仿真的 4 种模式下,方案 1 可用的导频子载波数都较大(分别为 83 和 53),远大于 36。但是还看到,采用导频设计方案 2 且导频数为 36 时的 BER 和采用导频方案 1 时的 BER 曲线非常接近,方案 2 的导频数少使系统有效性更高。另外,在导频设计方案 1 中若可用导频子载波数太少,则 CS 信道估计的性能将变差。又在场景 5 下对 CS 信道估计的性能进行了仿真。从表 2 和表 3 可以看出来,由于剩余子的可用导频子载波数变少,方案 1 的信道估计性能明显低于方案 2。由于方案 2 中的 24 个导频位置是通过优化算法获得的,因此同样是 24 个导频,方案 2 的信道估计性能也优于方案 1。从信道估计性能角度而言,导频设计方案 2 取导频数为 36 时的性能估计性能较好且更稳定。然而,在方案 1 的剩余导频数与

36 非常接近时,采用导频设计方案 1 既能保证信道估计性能,又能减小导频协商带来的时延和开销。因此,实际中建议这 2 种方案结合使用,从而保证获得稳定的信道估计性能且时延和开销尽可能少。

表 2 场景 5 下 CS 信道估计 MSE (dB) 比较

SNR/dB	方案 1: $P=24$	方案 2: $P=24$	方案 2: $P=36$
2	-1.64	-1.77	-5.03
5	-5.38	-5.77	-9.19
10	-12.49	-12.95	-15.91
15	-19.16	-19.27	-21.83
20	-24.68	-25.30	-27.54
25	-29.12	-30.24	-32.56
30	-34.40	-34.41	-37.62

表 3 场景 5 下 CS 信道估计系统 BER 比较

SNR/dB	已知信道	方案 1: $P=24$	方案 2: $P=24$	方案 2: $P=36$
5	0.210 0	0.276 8	0.274 3	0.245 9
10	0.110 6	0.148 2	0.145 2	0.128 5
15	0.045 0	0.059 9	0.058 7	0.052 1
20	0.015 5	0.020 7	0.020 0	0.018 0
25	0.005 1	0.007 4	0.006 6	0.005 9
30	0.001 6	0.003 1	0.002 2	0.001 9
35	0.000 5	0.001 0	0.000 7	0.000 6

#### 6.4 不同信道估计方法比较

从算法复杂度来分析,传统的 LS 信道估计算法若采取简单的频域内插方法,其复杂度是很低的,约为  $o(P)$  数量级。一次基于修正变换域的信道估计所需要的复乘数为  $L^3 + 2PL^2 + P(2+L) + 1.5MbN$ , 其中主要的运算量是求伪逆的部分  $L^3 + 2PL^2$ , 这只有在导频位置发生改变时需要计算。一次基于 OMP 的 CS 信道估计所需的复乘数为  $LPK + PK(3K^2 + 8K + 7)/3 + K^2(K+1)^2/4 + 0.5MbN$ , 这个运算量要略大于基于修正变换域方法不计算伪逆时的复杂度。例如,子载波总数  $N=512$ , 信道长度  $L=50$ , 信道稀疏度  $K=6$ , 导频数  $P=83$  时, CS 信道估计方法复乘数为 44992 次,修正变换域方法不计算伪逆时为 11228 次,包含计算伪逆时为 551228 次。因此,若导频位置变化不频繁时,修正变换域的运算量更小。但结合信道估计的性能考虑,CS 信道估计导频数  $P=24$  时的性能都优于修正变换域  $P=83$  时的性能。若  $P=24$  时,CS 信道

估计方法复乘数为 14961,与修正变换域方法不计算伪逆时的运算量近似。

另外,CS 信道估计若采用 OMP 算法重建稀疏信号,为了确定迭代的停止条件,需要粗略估计信道的稀疏度,将其作为迭代次数;或者需要估计信道中高斯白噪声的方差,当迭代残差的二范数与噪声方差接近时停止迭代。而传统的 LS 信道估计不需要这些先验知识。因此,在 CS 信道估计的后续研究中,可以进一步研究改进的重建算法,使其对先验知识的依赖程度降低。

## 7 结束语

本文提出了一种适用于认知无线电 NC-OFDM 系统的基于压缩感知的信道估计方法。研究了导频图案的设计和信道估计过程,以压缩感知测量阵的设计为理论依据,提出了一种导频位置优化的准则。在 NC-OFDM 系统存在宽带干扰和窄带干扰等 4 种场景下,比较了传统的 LS 信道估计、基于修正变换域信道估计以及本文提出的 CS 信道估计的归一化均方误差和系统的误比特率。仿真结果表明,无论宽带干扰还是窄带干扰,无论禁用子载波多与少,CS 信道估计都获得了比前 2 种方法更好的估计性能。然而 CS 信道估计在运算量上略高于前两种运算量,且需要预先粗略估计信道稀疏度。CS 理论是应用数学和数字信号处理领域新兴的技术,随着 CS 理论的深入研究,重建算法的复杂度会逐渐降低,也可以通过重建算法本身的改进而不需要信号稀疏度这一先验知识。因此,NC-OFDM 系统中基于压缩感知的信道估计方法会随着压缩感知理论的发展而不断完善。

#### 参考文献:

- [1] BUDIARJO I, RASHAD I, NIKOOKAR H. Efficient pilot pattern for OFDM-based cognitive radio channel estimation-part 1[A]. 14<sup>th</sup> IEEE Symposium on Communications and Vehicular Technology in the Benelux[C]. 2007.1-5.
- [2] LIU J N, FENG S L, WANG H G. Comb-type pilot aided channel estimation in non-contiguous OFDM systems for cognitive radio[A]. Proceedings of the 5<sup>th</sup> International Conference on Wireless communications, networking and mobile computing[C]. Beijing, china, 2009.1463-1466.
- [3] 王军, 李洪宇, 张世昌等. 基于修正变换域降噪的 NC-OFDM 信道

- 估计算法[J]. 电子科技大学学报 2009,38(5): 639-643.
- WANG J, LI H Y, ZHANG S C, *et al.* Channel estimation method with modified noise reduction in transform domain for NC-OFDM systems[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2009,38(5): 639-643.
- [4] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. IEEE Trans on Info Theory, 2006,52(4):1289-1306.
- [5] BARANIUK R G . Compressive sensing[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2007, 24(4): 118-120,124.
- [6] 石光明,刘丹华. 压缩感知理论及其研究进展[J]. 电子学报, 2009, 37(5): 1070-1081.
- SHI G M, LIU D H. Advances in theory and application of compressed sensing[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(5): 1070-1081.
- [7] PAREDES J L, ARCE G R, WANG Z M. Ultra-wideband compressed sensing: channel estimation[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal processing, 2007,1(3):383-395.
- [8] TAUBOCK G, HLAWATSCH F, EIWEN D, *et al.* Compressive estimation of doubly selective channels in multicarrier systems: leakage effects and sparsity-enhancing processing[J]. IEEE Journal of selected topics in signal processing, 2010, 4(2): 255-271.
- [9] CANDÈS E, TAO T. Near optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategies?[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2006, 52(12):5406-5425.
- [10] CANDÈS E, ROMBERG J, TAO T. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements[J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 2006, 59(8): 1207-1223.
- [11] MALLAT S, ZHANG Z. Matching pursuit with time-frequency dictionaries[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1993,41(12): 3393-3415.
- [12] TROPP J A, GILBERT A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2007,53(12):4655-4666.
- [13] VAN DE BEEK J J, EDFORS O. On channel estimation in OFDM systems[A]. Proc of IEEE VTC 1995.Piscataway: IEEE[C]. 1995, 2: 815-819.
- [14] DONOHO D L, ELAD M, TEMLYAKOV V. Stable recovery of sparse overcomplete representations in the presence of noise[J]. IEEE Trans on Information Theory, 2006 52(1): 6-18.

#### 作者简介:



何雪云(1978-),女,安徽铜陵人,南京邮电大学讲师、在读博士生,主要研究方向为宽带无线通信理论与技术。

宋荣方(1964-),男,江苏武进人,南京邮电大学教授、博士生导师,主要研究方向为宽带无线通信理论与技术。

周克琴(1975-),女,四川成都人,南京邮电大学讲师、在读博士生,主要研究方向为宽带无线通信理论与技术。